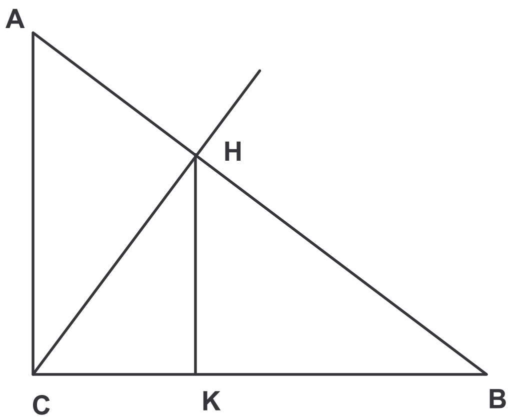
Exercice n°1



1) Dans ABC rectangle en C, $\cos\widehat{ABC} = \frac{BC}{BA} = \frac{12}{15} = 0,8$

Donc $\boxed{\widehat{ABC} \simeq 36,9°}$

2) Dans ABC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Donc $AC^2 = AB^2 - BC^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$

Donc AC = 9 cm

3) Comme (CH) est la hauteur de ABC, alors BCH est rectangle en H, donc dans ce triangle, $\sin\widehat{ABC} = \frac{CH}{BC}$

Ici on a la possibilité de faire le calcul avec des valeurs exactes, en utilisant les propriétés des sinus et cosinus.
En effet on sait que $\cos^2 x+\sin^2 x=1$
donc $\sin^2 x=1-\cos^2 x$
donc ici en prenant pour x l'angle ABC, on aura $\sin^2 x=1-0,8^2=1-0,64=0,36$
Donc **$\sin x=0,6$**

Donc $\sin\widehat{ABC} = 0,6 = \frac{CH}{12}$ donc $\boxed{CH = 12 \times 0,6 = 7,2 \text{ cm}}$

Dans ABH rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore : $AC^2=AH^2+CH^2$ donc $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 81 - 7,2^2 = 81 - 51,84 = 29,16$

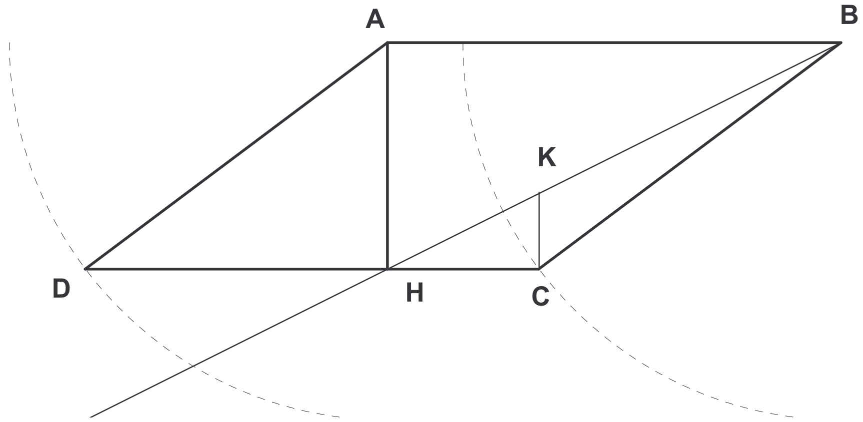
donc **AH = 5,4 cm**

4) (HK) est perpendiculaire à (BC) donc dans le triangle BHK rectangle en K, $\sin\widehat{ABC} = \frac{HK}{BH}$ donc

$\boxed{HK = (BA - AH) \times \sin\widehat{ABC} = (15 - 5,4) \times 0,6 = 5,76 \text{ cm}}$

Et $\cos\widehat{ABC} = \frac{BK}{BH}$ donc $\boxed{BK = BH\cos\widehat{ABC} = 9,6 \times 0,8 = 7,68 \text{ cm}}$

Exercice n°2



1) Dans ADH rectangle en H ((AH) est une hauteur), d'après le théorème de Pythagore : $AD^2 = DH^2 + AH^2$ donc $DH^2 = AD^2 - AH^2 = 5^2-3^2=25-9=16$
Donc **DH = 4 cm**.

2) Dans le même triangle $\cos \widehat{HDA} = \frac{DH}{DA} = \frac{4}{5} = 0,8$

Donc $\boxed{\widehat{HDA} = \widehat{CDA} \simeq 36,9°}$

ABCD étant un parallélogramme, on a $\boxed{\widehat{CDA} = \widehat{CBA} \simeq 36,9°}$

Et comme nous savons que les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires, $\boxed{\widehat{DAB} = \widehat{DCB} = 180 - \widehat{CDA} \simeq 180 - 36,9 = 53,1°}$

3) (AH) est perpendiculaire à (CD) par hypothèse, et comme ABCD est un parallélogramme (AB) est parallèle à (CD). Or on sait que si deux droites sont parallèles toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. Donc (AH) est perpendiculaire à (AB), donc dans le triangle ABH rectangle en A, $\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{6} = 0,5$ donc $\boxed{\widehat{ABH} \simeq 26,6°}$

Dans le parallélogramme ABCD, AB = CD = 6 cm, donc

CH = CD - DH = 6 - 4 = 2 cm

D'autre part avec les droites (AB) et (CD) et la sécante (BH) les angles $\widehat{ABH}$ et $\widehat{BHC}$ sont alternes-internes, donc, comme les droites sont parallèles, $\widehat{BHC} = \widehat{ABH} \simeq 26,6°$

(CK) est perpendiculaire à (CD) donc dans le triangle CHK rectangle en C,

$\cos \widehat{KHC} = \frac{CH}{HK}$ donc $\boxed{HK = \frac{CH}{\cos \widehat{KHC}} \simeq \frac{2}{\cos 26,6} \simeq 2,2 \text{ cm}}$