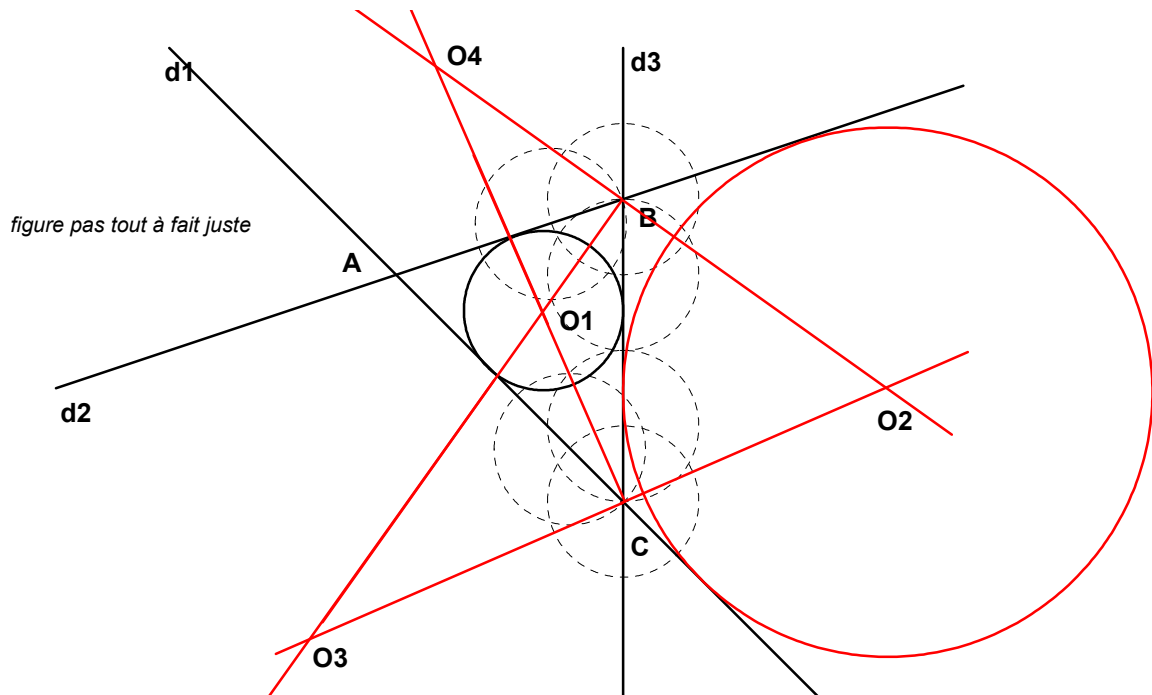


- 1) Pour qu'un cercle soit tangent aux trois côtés d'un triangle il faut que son centre soit équidistant des trois côtés du triangle. Or on sait que les points de la bissectrice d'un angle sont équidistants des côtés de cet angle, donc l'intersection des bissectrices de deux angles ayant un côté commun sera à égale distance des trois côtés de ces deux angles.



Nous devons donc construire les bissectrices des angles de cette figure et aux intersections de ces bissectrices nous aurons les centres des cercles tangents aux trois droites d_1 , d_2 et d_3 et nous constatons que 4 cercles répondent à la question.

- 2) Dans le triangle ABC rectangle en B on a $\cos \widehat{BAC} = \frac{BA}{AC} = \frac{3}{5} = 0,6$
donc $\widehat{BAC} \approx 53,1^\circ$

- 3) O est le centre du cercle tangent aux trois côtés de ABC donc O est sur la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} ,
donc $\widehat{OAH} = \frac{\widehat{BAC}}{2} \approx 26,6^\circ$

Le cercle est tangent à (AB) en particulier donc (OH) est perpendiculaire à (AB) donc $\widehat{OHA} = 90^\circ$.

Et donc $\widehat{AOH} = 180 - \widehat{OHA} - \widehat{OAH} \approx 180 - 90 - 26,6$
donc $\widehat{AOH} \approx 63,4^\circ$

- 4) Comme dans le triangle AOH,
 $\widehat{OBH} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{90}{2} = 45^\circ$ et $\widehat{BHO} = 90^\circ$, donc il reste pour le troisième angle 45° , donc

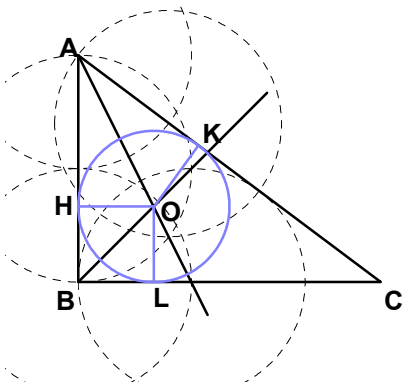
$$\widehat{BOH} = 45^\circ$$

Donc **le triangle BOH** ayant un angle droit et deux angles égaux (à 45°)
est un triangle rectangle isocèle.

- 5) Dans le triangle AOH rectangle en H on a $\cos \widehat{AOH} = \frac{OH}{OA}$ donc

$$OH = OA \cos \widehat{AOH} = OA \cos 63,4$$

et comme $\cos \widehat{OAH} = \frac{AH}{OA}$ alors $AH = OA \cos \widehat{OAH} = OA \cos 26,6$



- 6) On a vu que BOH est rectangle isocèle donc $BH = OH$.
De plus $BH = AB - AH = 3 - AH$
Donc $BH = OH = 3 - AH$
- 7) En remplaçant OH et AH par les valeurs trouvées à la question 5 on a l'égalité : $OA \cos 63,4 = 3 - OA \cos 26,6$
donc $OA \cos 63,4 + OA \cos 26,6 = 3$
donc $OA = \frac{3}{\cos 63,4 + \cos 26,6} \simeq 2,2 \text{ cm}$
donc $OH = OA \cos 63,4 \simeq 2,2 \cos 63,4 \simeq 0,99 \text{ cm}$