

Proportionnalité

I : Reconnaître et utiliser la proportionnalité

1.) Exemples

a) Les prix

→ Prenons le cas d'un commerçant qui aurait à afficher les prix de ses pommes, pour différents poids.

Poids	1kg	2kg	4kg	5kg	6kg	8kg
Prix	2,5 €	5 €	10 €	12,5 €	15 €	20 €

➤ Nous constatons que nous passons de la première ligne à la deuxième ligne en multipliant toujours par 2,5.

→ Nous avons le même genre de remarque dans le cas d'une recette suivant le nombre de personnes.

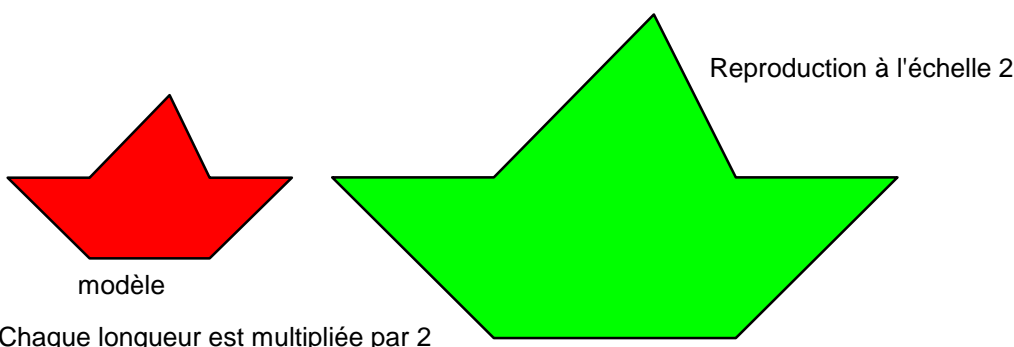
Personnes	4	6	8	12
Farine	200g	300g	400	600g
Oeufs	2	3	4	6
Sucre	100g	150g	200	300g
Beurre	100g	150g	200	300g

Nous voyons, dans ce cas, qu'on fait la même chose, pour le passage d'une ligne à une autre, le nombre par lequel on multiplie étant différent pour chaque couple de lignes envisagé.

Ainsi, pour le passage de la première à la 2ème, on multiplie par 50, pour celui de la 1ère à la 3ème, on multiplie par 0,5...

b) Echelle voir (Géoplan : "échelle")

Sur une reproduction d'un dessin à l'échelle a , les longueurs sont toutes multipliées par a (et les angles sont conservés)..



2.) Définitions

On dit qu'il y a **proportionnalité** entre 2 suites de nombres, si on peut passer de tous les nombres de la 1ère suite, à tous les nombres de la 2ème suite en multipliant ceux de la 1ère suite par un même nombre. Les 2 suites sont alors **proportionnelles**.

Le nombre par lequel on multiplie est le **coefficient de proportionnalité**.

3.) Reconnaître une proportionnalité

Il y a plusieurs manières de le faire:

- Cela peut se faire en vérifiant que tous les nombres de la 2ème ligne sont obtenus en multipliant ceux de la 1ère ligne par un même nombre.
- On divise chaque terme de la deuxième suite par le terme correspondant de la première suite et on doit obtenir le même résultat.
- On peut aussi voir ce qui se passe entre les colonnes. Pour aller de 1kg à 4kg on a multiplié par 4, est-ce que le prix est bien multiplié par 4.

4.) Compléter une proportionnalité

a) Tableau

➔Reprenons le 2ème exemple du 1er paragraphe.

Personnes	4	6	8	12
Farine	200g	300g	400g	600g
Oeufs	2	3	4	6
Sucre	100g	150g	200g	300g
Beurre	100g	150g	200g	300g

Il y a plusieurs manières d'obtenir les 600g de farine:

nous pouvons faire: ♦ 12×50 (comme vu précédemment)

♦Comme $4 \times 3 = 12$, on fait 200×3 .

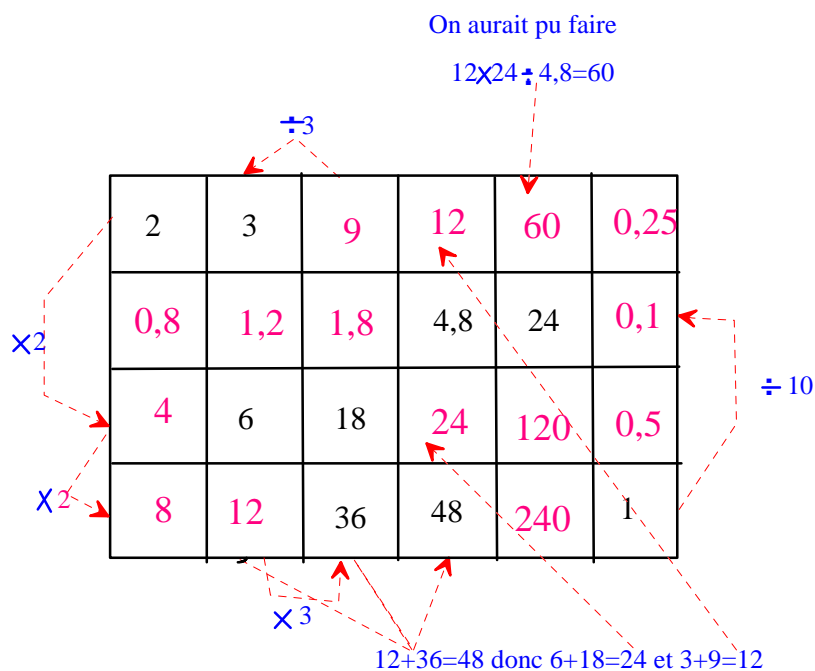
♦On remarque que $4 + 8 = 12$ et que $200 + 400 = 600$ donc voilà une autre manière de procéder

♦Dernière manière, on voit que

$600 \times 4 = 12 \times 200 = 2400$ donc $12 \times 200 \times 4 = 600$

- Avec ces 4 manières on peut compléter toutes les proportionnalités possibles.

➔Exemple:



5.) Quatrième Proportionnelle

➔ Prenons un exemple : Un poulet de 1,250 kg coûte 65 F. Combien coûtera un poulet de 1,750 kg, qui coûte la même chose au kilogramme?

1,250 kg coûtent 65 F 1 kg coûte $\frac{65}{1,250}$ F

donc 1,750 kg coûtent $\frac{65}{1,250} \times 1,750 = 91$ F Le poulet coûte 91 F

➤ On peut présenter les calculs d'une autre manière.

1,250	65
1,750	?

$$\frac{65 \times 1,750}{1,250} = 91$$

II : Pourcentage

1.) Définition

Un **pourcentage** est une fraction de 100.

➤ Quand on dit qu'un certain fromage contient 45% de matières grasses cela veut dire que pour 100g de fromage il y a 45g de matières grasses.

➤ Quand on dit qu'on fait une remise de 15%, cela veut dire que pour un prix de 100€ on fait un rabais de 15€ et qu'ainsi on ne paiera que 85€.

2.) Appliquer un pourcentage

➤ Si on a 45% de matières grasses dans le fromage de 250g, il faut donc qu'on prenne $\frac{45}{100}$ de la masse totale de fromage, donc qu'on multiplie $\frac{45}{100}$ par la masse donnée.

Calculer la masse de matières grasses sur 250g, c'est faire :

$$\frac{45}{100} \cdot 250 = \frac{45 \times 250}{100} = 112,5$$

Donc dans mon fromage il y a 112,5g de matières grasses.

3.) Calculer une nouvelle somme après remise ou augmentation

a) Remise

➤ **Problème: Calculer le nouveau prix d'un objet de 15 €, après une remise de 20%.**

Valeur de la remise: $\frac{20}{100} \times 15 = \frac{20 \times 150}{100} = 3$ €

Nouveau prix: $150 - 30 = 120$ €

➔ Le nouveau prix est 120€.

b) Augmentation

➤ **Problème:** Calculer le nouveau salaire d'une personne ayant un salaire de 1200€, après une augmentation de 2%.

$$\text{Valeur de l'augmentation: } \frac{2}{100} \times 1200 = \frac{2 \times 1200}{100} = 24 \text{€}$$

$$\text{Nouveau prix: } 1200 + 24 = 1224 \text{€}$$

➔ *Le nouveau salaire est 1224€.*

4.) **Des pourcentages faciles à calculer**

Au lieu de multiplier par $\frac{15}{100}$, par exemple, on peut multiplier par 0,15.

$20\% = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ donc prendre 20% de quelque chose c'est diviser par 5.

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ donc prendre 50% de quelque chose, c'est diviser par 2.

$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ donc prendre 25% de quelque chose, c'est diviser par 4.

$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ donc prendre 10% de quelque chose, c'est diviser par 10.