

# Symétrie axiale, Axe de symétrie

## I : Symétrie axiale

### 1.) Introduction

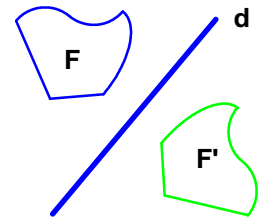
Quand on se regarde dans un miroir on constate qu'on est identique mais inversé.

On peut placer nos deux mains l'une contre l'autre comme par pliage sur une droite.

### 2.) Pliage et Symétrie Axiale

Les figures  $F$  et  $F'$  coïncident quand on plie la feuille suivant la droite  $d$ .

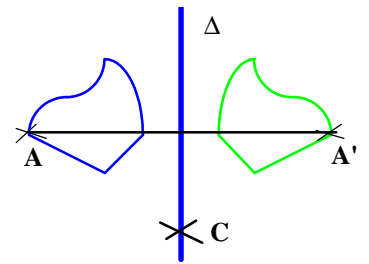
On dit que  $F$  et  $F'$  sont symétriques par rapport à la droite  $d$ .



### 3.) Symétrique d'un point par rapport à une droite

Les points  $A$  et  $A'$  sont symétriques par rapport à une droite  $\Delta$  quand la droite  $\Delta$  coupe perpendiculairement le segment  $[AA']$  en son milieu.

On dit aussi que  $A$  est le symétrique de  $A'$  par rapport à  $\Delta$ .



Dans le cas du point  $C$ , nous constatons que par pliage il reste inchangé.

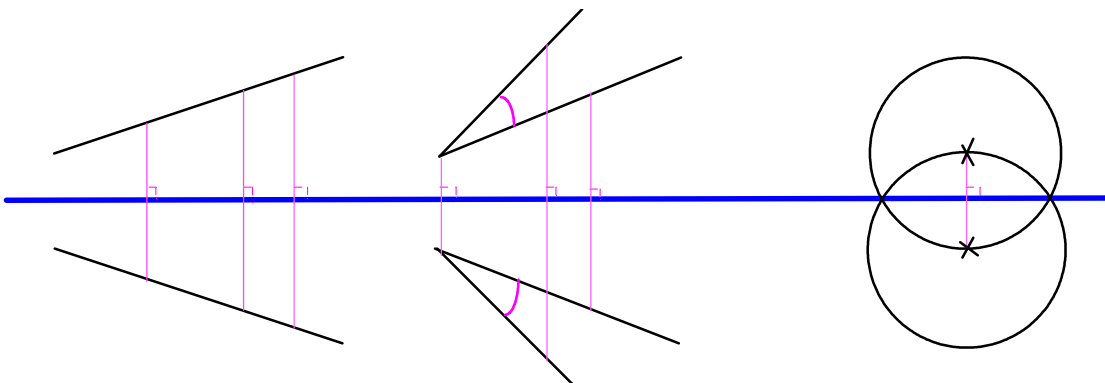
Donc le symétrique de  $C$  par rapport à  $\Delta$  est  $C$ . Il est son propre symétrique. C'est vrai pour tous les points de  $\Delta$ .

### 4.) Propriétés de la symétrie axiale

- a) Nous avons vu que le symétrique d'une figure est obtenue par pliage, donc que la figure symétrique est superposable à la figure initiale, mais inversée.

**DONC**

Le symétrique d'une droite est une droite.



Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

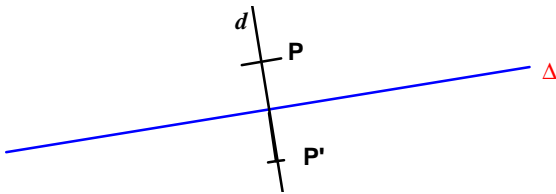
Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. Si le centre est sur l'axe il est son propre symétrique.

**La symétrie conserve les distances et les angles.**

b) Cherchons maintenant quel est le symétrique d'une droite perpendiculaire à l'axe de symétrie.

On a donc la droite  $d$  perpendiculaire à l'axe  $\Delta$  en un point  $A$ .

$A$  est son propre symétrique car il est sur  $\Delta$ . Prenons un point quelconque de  $d$ ,  $P$ . Son symétrique est  $P'$  tel que  $(PP')$  soit perpendiculaire à  $\Delta$ . Or  $d$  est perpendiculaire à  $\Delta$  et passe aussi par  $P$ , donc  $P'$  est sur  $d$ .

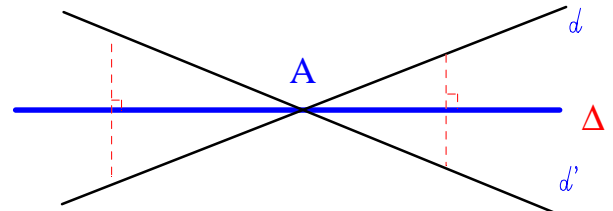


elle-même.

Donc L'image d'une droite perpendiculaire à l'axe de symétrie est

Nous savons que le symétrique d'un point de  $\Delta$  est lui-même, donc le symétrique de  $A$  est  $A$ , donc la droite  $d'$  symétrique de  $d$  passera aussi par  $A$ .

Cela nous donne un point de la droite, symétrique d'une droite qui coupe l'axe de symétrie.



**II : Axe de Symétrie d'une figure**

Une droite  $D$  est **un axe de symétrie d'une figure  $\mathcal{F}$**  quand le symétrique de  $\mathcal{F}$  par rapport à  $D$  est  $\mathcal{F}$  elle-même.

1.) Médiatrice

a) Définition

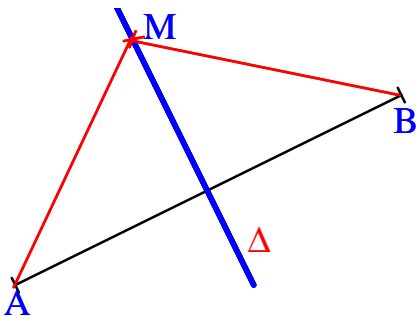
La **médiatrice d'un segment** est la droite qui passe au milieu du segment et qui est perpendiculaire à ce segment

b) Propriété

Nous savons que, si  $\Delta$  est la médiatrice de  $[AB]$ , donc est perpendiculaire au milieu du segment, alors,  $B$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $\Delta$ . De plus, comme  $M$  est sur  $\Delta$ ,  $M$  est son propre symétrique. Donc  $[BM]$  est le symétrique de  $[AM]$  par rapport à  $\Delta$ .

Donc, comme la symétrie conserve les distances,  $AM=BM$

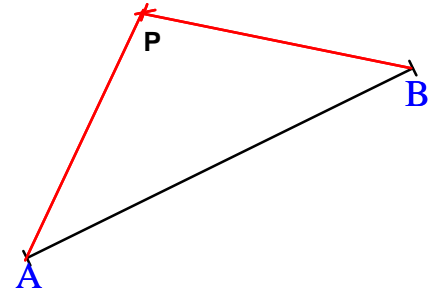
Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est à égale distance des extrémités du segment.



Maintenant considérons un point P tel que  $PA = PB$ .

P est alors sur un cercle de centre A et de rayon PA mais aussi sur le cercle de centre B et de même rayon. Il est donc à l'intersection de ses deux cercles.

Ces deux cercles ont pour centre A et B qui sont symétriques par rapport à la médiatrice de [AB], de plus comme ils ont le même rayon on peut dire que ces deux cercles sont symétriques par rapport à cette médiatrice et donc que leur point d'intersection est sur elle donc P est sur la médiatrice de [AB]



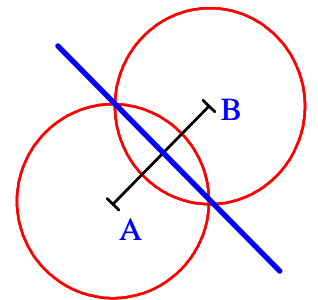
Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice de ce segment.

c) Construction au compas

Nous savons que tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance des extrémités du segment, donc avec le compas on trace 2 points à égale distance de A et B.

→ **Remarque:**

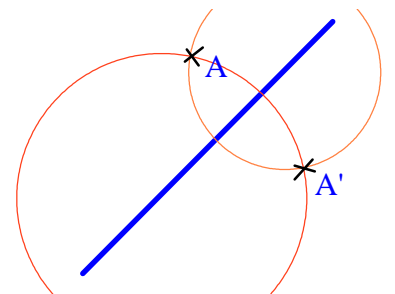
*La médiatrice est perpendiculaire au segment, donc on a une méthode pour construire une perpendiculaire à une droite.*



2.) **Symétrique: Construction**

Pour avoir un symétrique il faut une perpendiculaire au milieu d'un segment donc une médiatrice, donc a et A' son symétrique sont à la même distance de tout point de la droite par rapport à laquelle on fait la symétrie.

On pointe le compas sur un point de cette droite, et on trace le cercle qui passe par A. On refait la même chose avec un autre point. Leur 2ème point d'intersection est le symétrique A' de A.

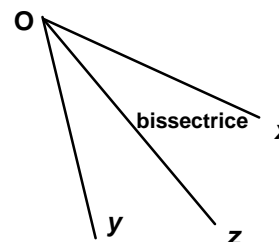


3.) **Bissectrice**

a) Définition

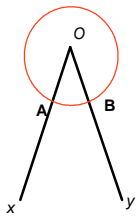
La **bissectrice d'un angle** est la droite qui partage l'angle en 2 angles égaux. .

→ **Remarque:** Comme la bissectrice d'un angle le partage en 2 angles égaux, si on fait un pliage sur cette droite les 2 côtés de l'angle se superposent donc **la bissectrice est l'axe de symétrie de l'angle.**

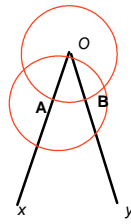


$$\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{1}{2} \widehat{xOy}$$

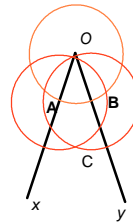
b) Construction



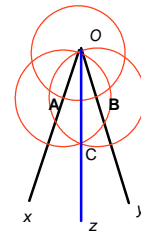
On trace un cercle de centre O.  
On a alors 2 points A et B équidistants de O.



On trace alors un cercle de centre A.



Puis un cercle de centre B.  
Ces deux cercles se coupent en un point C qui est donc sur l'axe de symétrie de l'angle.



[OC] est donc l'axe de symétrie de l'angle.  
C'est la bissectrice.